

10^{ος} ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

“Σταμάτης Μπάτσης”
Χανιά, 11 Νοεμβρίου 2022

Λύσεις Θεμάτων

Θέμα 1^ο

α) Είναι: $K=4^2-2^4=16-16=0$ $A=\frac{19}{3}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{19}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{18}{3}+\frac{1}{2}=\frac{36}{6}+\frac{1}{2}=6+\frac{1}{2}=6,5$ και

$$M=6:\frac{3}{5}-\frac{3}{2}\cdot\frac{14}{3}+\frac{4}{3}=6\cdot\frac{5}{3}-\frac{3\cdot 14}{2\cdot 3}+\frac{4}{3}=\frac{30}{3}-\frac{14}{2}+\frac{4}{3}=10-7+\frac{4}{3}=3+1+\frac{1}{3}=4+\frac{1}{3}=\frac{12}{3}+\frac{1}{3}=\frac{13}{3}.$$

β) Είναι $\frac{1}{3}<1$, άρα $M=4+\frac{1}{3}<5<6,5=A$, άρα $M<A$ και ένας ακέραιος ανάμεσά τους είναι το 5 (αλλά και το 6).

Θέμα 2^ο

α) Για να εξασφαλίσουμε ότι η μαμά θα πάρει 1,5ml παραπάνω, δίνουμε πρώτα σε αυτήν 1,5 ml και στη συνέχεια μοιράζουμε τα υπόλοιπα. Επομένως $10\text{ml}-1,5\text{ml}=8,5\text{ml}$ θα μοιραστούν. Επομένως το γατάκι παίρνει $8,5:2=4,25\text{ml}$ και η μαμά $4,25\text{ml}+1,5\text{ml}=5,75\text{ml}$ (εύκολα επαληθεύεται και η λύση, αφού $4,25+5,75=10$)

β) i) Παρατηρούμε ότι το πλήθος των κύκλων της πρώτης γραμμής είναι 1 και κάθε επόμενης είναι ο επόμενος περιττός (μονός) αριθμός. Οι 15 πρώτοι περιττοί είναι οι 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, άρα η 15η σειρά θα έχει 29 κύκλους.

ii) Παρατηρούμε ότι καθώς ο αριθμός της σειράς αυξάνεται κατά 1, το πλήθος των κύκλων αυξάνεται κατά 2. Από την 1η ως την 2023η γραμμή, ο αριθμός της σειράς αυξήθηκε 2022 φορές, άρα οι κύκλοι αυξήθηκαν κατά $2\cdot 2022=4044$. Μαζί με τον αρχικό 1 κύκλο, όλοι μαζί είναι 4045.

Θέμα 3^ο

Στους τοπικούς σχολικούς αγώνες, τα $\frac{5}{7}$ των μαθητών ήταν αγόρια. Αν τα αγόρια ήταν 12 περισσότερα από τα κορίτσια, τότε:

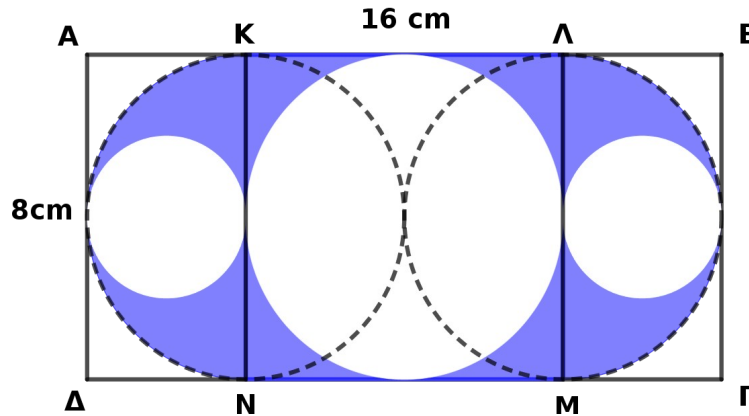
α) Τα αγόρια ήταν τα $\frac{5}{7}$, άρα τα κορίτσια ήταν τα $\frac{7}{7}-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$. Επομένως η διαφορά τους, οι 12 μαθητές δηλαδή, αντιστοιχεί στα $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$ των μαθητών. Άρα το $\frac{1}{7}$ θα αντιστοιχεί σε $12:3=4$ μαθητές και συνεπώς όλοι οι μαθητές (τα $\frac{7}{7}$ δηλαδή των μαθητών) είναι $7\cdot 4=28$.

β) Τα αγόρια ήταν $\frac{5}{7}\cdot 28=\frac{5\cdot 28}{7}=5\cdot 4=20$ και τα κορίτσια $28-20=8$. Άρα το 15% των αγοριών είναι $\frac{15}{100}\cdot 20=\frac{15\cdot 20}{100}=\frac{3\cdot 5\cdot 2\cdot 10}{2\cdot 5\cdot 10}=3$ και το $\frac{1}{2}$ των κοριτσιών είναι $\frac{1}{2}\cdot 8=4$. Συνεπώς, συνολικά στους πανελλήνιους αγώνες προκρίθηκαν $3+4=7$ μαθητές ή αλλιώς το

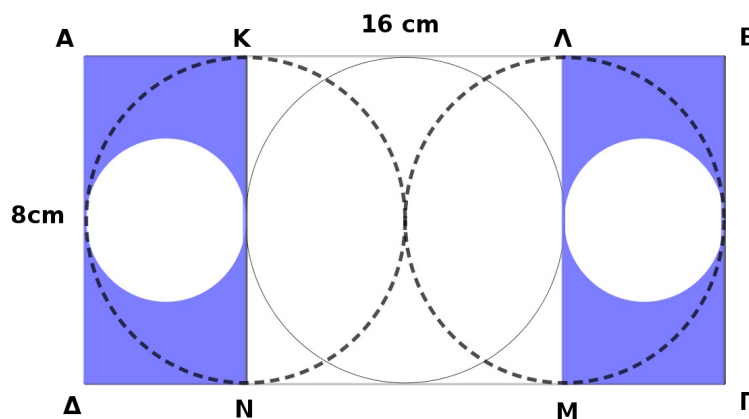
$$\frac{7}{28} \cdot 100\% = \frac{7 \cdot 100}{4 \cdot 7} \% = 25\% , \text{ επί του συνόλου των μαθητών.}$$

Θέμα 4°

Το ΚΛΜΝ είναι τετράγωνο, αφού έχει ύψος και πλάτος όσο η διάμετρος του μεγάλου κύκλου. Επομένως $ΚΛ = ΚΝ = ΑΔ = 8\text{cm}$. Επομένως $ΑΚ + ΛΒ = 16\text{cm} - 8\text{cm} = 8\text{cm}$. Οι μικροί κύκλοι έχουν ίδια διάμετρο, άρα $ΑΚ = ΛΜ = 8:2\text{cm} = 4\text{cm}$. Άρα οι μικροί κύκλοι έχουν διάμετρο 4cm ο καθένας, άρα ακτίνα 2cm ο καθένας, και επίσης συμπεραίνουμε ότι $ΑΚ=ΒΛ=4$.



Παρατηρούμε ότι με κατάλληλη αναδιάταξη των χρωματισμένων τμημάτων, το σχήμα γίνεται:



$$\text{Το χρωματισμένο κομμάτι είναι } 2 \cdot (\text{Εμβαδό } ΑΚΝΔ - \text{Εμβαδό μικρού κύκλου}) = 2 \cdot (4 \cdot 8 - 3,14 \cdot 2^2) = 2 \cdot (32 - 12,56) = 2 \cdot 19,44 = 38,88.$$