

“Σταμάτης Μπάτσης”

Χανιά, 19 Ιανουαρίου 2019

Λύσεις Θεμάτων

Θέμα 1^ο

$$A = 1,3^2 : 0,01 + 3,2 \cdot (5,6 - 4,7) - 0,7^2 \cdot 100 = 1,69 : 0,01 + 3,2 \cdot 0,9 - 0,49 \cdot 100 = 169 + 2,88 - 49 = 122,88$$

και

$$B = \frac{3}{8} \cdot \left(2^2 - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right) = \frac{3}{8} \cdot \left(4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right) = \frac{3}{8} \cdot \left(4 - \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{48}{12} - \frac{9}{12} - \frac{8}{12} \right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{31}{12} = \frac{3 \cdot 31}{8 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{31}{8 \cdot 4} = \frac{31}{32}$$

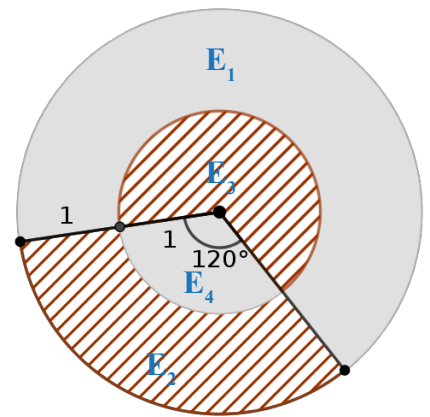
Θέμα 2^ο

α) Είναι $[2,0,1,9] = 2^1 - 1^9 + 9^2 + 0 = 2 - 1 + 81 = 82$

β) Η φράση *ΧΑΝΙΑΚΡΗΤΗΣ* περιέχει 11 γράμματα. Επομένως το “X” το συναντάμε στην 1^η θέση και μετά ξανά στην 12^η, την 23^η, την 34^η, και γενικά στην $(11k+1)^{η}$ θέση. Διαιρούμε το 2019 με το 11 και βρίσκουμε πηλίκο 183. Επομένως στην $(183 \cdot 11 + 1)^{η} = 2014^{η}$ θέση συναντάμε ξανά το “X”. Άρα στην 2019^η θέση συναντάμε το “K”.

Θέμα 3^ο

Έστω E_1, E_2, E_3 και E_4 τα εμβαδά/χωρία, όπως στο σχήμα. Παρατηρούμε ότι η γωνία των κυκλικών τομέων που περιέχουν τα E_2 και E_4 είναι 120° , ενώ η γωνία των κυκλικών τομέων που περιέχουν τα E_1 και E_3 είναι $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$. Όμως $240^\circ = 2 \cdot 120^\circ$, επομένως θα ισχύει $E_3 = 2 \cdot E_4$ και $E_1 + E_3 = 2 \cdot (E_2 + E_4)$, ισοδύναμα $E_3 = 2 \cdot E_4$ και $E_1 + 2 \cdot E_4 = 2 \cdot E_2 + 2 \cdot E_4$, ή αλλιώς $E_3 = 2 \cdot E_4$ και $E_1 = 2 \cdot E_2$.



Ο κυκλικός τομέας που περιέχει τα E_4 και E_2 έχει γωνία 120° από τις 360° του κύκλου, άρα έχει εμβαδό τα $\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$ του κύκλου. Επομένως $E_2 + E_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot \rho^2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 = \frac{4}{3} \cdot \pi$. Επίσης το εμβαδό του E_4 είναι το $\frac{1}{3}$ του μικρού κύκλου, άρα $E_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot \rho^2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 = \frac{1}{3} \pi$. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να υπολογίσουμε και το εμβαδό του E_2 : $E_2 = \frac{4}{3} \pi - E_4 = \frac{4}{3} \pi - \frac{1}{3} \pi = \frac{3}{3} \pi = \pi$.

Επομένως:

$$\frac{\text{Συνολικό Εμβαδό Γκρίζας Επιφάνειας}}{\text{Συνολικό Εμβαδό Γραμμοσκιασμένης Επιφάνειας}} = \frac{E_1 + E_4}{E_2 + E_3} = \frac{2E_2 + E_4}{E_2 + 2E_4} = \frac{2\pi + \frac{1}{3}\pi}{\pi + 2 \cdot \frac{1}{3}\pi} = \frac{\frac{7}{3}\pi}{\frac{5}{3}\pi} = \frac{7}{5}$$

Θέμα 4^ο

Το B2 συμμετέχει με ποσοστό $100\% - 24\% - 23\% - 33\% = 20\%$.

Η δεξαμενή έχει όγκο $2\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{m} = 2\text{m}^3$ ή αλλιώς $2 \cdot 1000 = 2000$ λίτρα.

α) Η τιμή του πετρελαίου είναι 0,75 ευρώ ανά λίτρο, άρα για να γεμίσει η δεξαμενή θα χρειαστούν $2000 \cdot 0,75 = 1500$ ευρώ. Από αυτά το κάθε διαμέρισμα θα πρέπει να πληρώσει το ποσό που του αναλογεί, δηλαδή $\frac{1500 \cdot 24}{100} = 360$ ευρώ το A1, $\frac{1500 \cdot 23}{100} = 345$ ευρώ το A1, $\frac{1500 \cdot 33}{100} = 495$ ευρώ το B1 και $\frac{1500 \cdot 20}{100} = 300$ ευρώ το B2.

β) Ο ένοικος του B2 μπορεί να δώσει 240 από τα 300 ευρώ που του αναλογούν για να γεμίσει το τεπόζιτο ή αλλιώς τα $\frac{240}{300} = \frac{4}{5}$ του ποσού που του αναλογεί. Για λόγους ισότητας, ο καθένας από τους υπόλοιπους θα πληρώσει τα $\frac{4}{5}$ του ποσού που του αναλογεί, άρα τελικά θα πληρωθούν τα $\frac{4}{5}$ του ποσού που απαιτείται για να γεμίσει η δεξαμενή. Επομένως, θα γεμίσουν και τα $\frac{4}{5}$ της δεξαμενής. Επειδή η δεξαμενή γεμίζει από κάτω προς τα πάνω, θα καλυφθεί όλο το πλάτος και το μήκος της, επομένως από το ύψος της θα καλυφθούν μόνο τα $\frac{4}{5}$, δηλαδή $\frac{4}{5} \cdot 1 = 0,8 \text{ m}$.

Οι υπόλοιποι ένοικοι θα πληρώσουν: $\frac{4}{5} \cdot 360 = 288$ ευρώ ο ένοικος του A1, $\frac{4}{5} \cdot 345 = 276$ ευρώ ο ένοικος του A2, $\frac{4}{5} \cdot 495 = 396$ ευρώ ο ένοικος του B1.

γ) Θα πρέπει η έκπτωση να μειώνει το αρχικό ποσό στα $\frac{4}{5}$ του ($\frac{4}{5}$ του αρχικού ποσού είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν, όπως προκύπτει από το προηγούμενο ερώτημα).

Επομένως θα πρέπει να το μειώνει κατά το $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ του. Αυτό σε ποσοστό έκπτωσης

είναι $\frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%$.