ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΧΑΝΙΩΝ
mathchania@gmail.com
http://www.mathchan.gr
τηλ. 6976992542 - 6973321963

HELLENIC MATHEMATICAL SOCIETY
CHANIA BRANCH
mathchania@gmail.com
http://www.mathchan.gr
τηλ. 6976992542 - 6973321963

4^{ος} ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΧΑΝΙΑ, 16 Ιανουαρίου 2016

Θέμα 1^{ο}

Δίνονται οι παραστάσεις $A=\dfrac{1}{3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3}$ και $B=\dfrac{\dfrac{2}{5}-\dfrac{5}{13}}{0{,}031:0{,}001}$

α) Δικαιολογήστε ότι: $A=\dfrac{1}{2016}$ και $B=\dfrac{1}{2015}$.

β) Συγκρίνετε τους αριθμούς $\dfrac{1}{2016}$ και $\dfrac{1}{2015}$.

γ) Συγκρίνετε τους αριθμούς $\dfrac{2015}{2016}$ και $\dfrac{2014}{2015}$.

Λύση

α) Είναι $3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3$ = 27+64+125+216+343+512+729 = 2016. Άρα $A=\dfrac{1}{2016}$

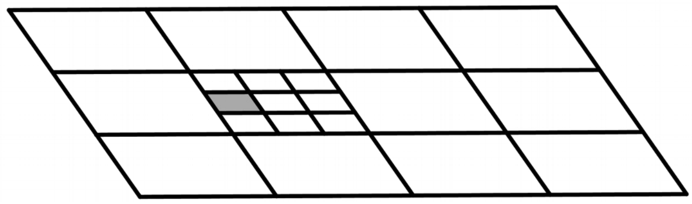
Είναι $\dfrac{2}{5}-\dfrac{5}{13}=\dfrac{26}{65}-\dfrac{25}{65}=\dfrac{1}{65}$. Επίσης, 0,031:0,001 = 31:1 = 31. Άρα

$$B=\frac{\dfrac{2}{5}-\dfrac{5}{13}}{0{,}031:0{,}001}=\frac{\dfrac{1}{65}}{31}=\frac{\dfrac{1}{65}}{\dfrac{31}{1}}=\frac{1}{31\cdot 65}=\frac{1}{2015}$$

β) Τα κλάσματα έχουν ίσους αριθμητές, άρα το μεγαλύτερο είναι αυτό με το μικρότερο παρονομαστή, δηλαδή το $\dfrac{1}{2015}$.

γ) Είναι $\dfrac{2015}{2016}=\dfrac{2015\cdot 2015}{2016\cdot 2015}$ και $\dfrac{2014}{2015}=\dfrac{2014\cdot 2016}{2015\cdot 2016}$. Είναι ομώνυμα και το 2015•2015 είναι μεγαλύτερο από το 2016•2014, άρα $\dfrac{2015\cdot 2015}{2016\cdot 2015}>\dfrac{2014\cdot 2016}{2015\cdot 2016}$, άρα $\dfrac{2015}{2016}>\dfrac{2014}{2015}$.

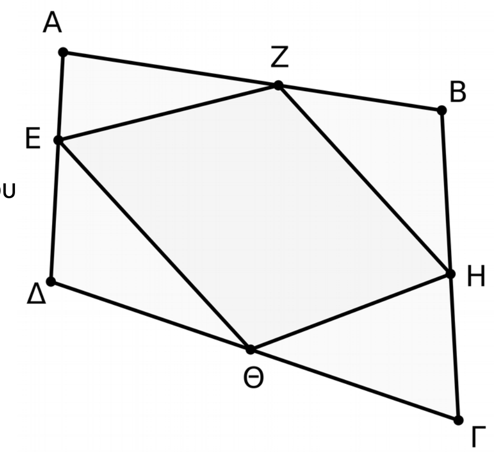
Θέμα 2ο



α) Στο διπλανό σχήμα, το μεγάλο παραλληλόγραμμο έχει εμβαδό 54 τετραγωνικές μονάδες. Βρείτε το εμβαδό του μικρού, γκρίζου παραλληλόγραμμου.

Λύση

Το γκρίζο παραλληλόγραμμο είναι 1 από τα 9 ίσα μικρά παραλληλόγραμμα που σχηματίζουν το μεσαίου μεγέθους παραλληλόγραμμο, άρα καλύπτει το $\frac{1}{9}$ της επιφάνειάς του. Το μεσαίου μεγέθους παραλληλόγραμμο είναι ένα από τα 12 ίσα παραλληλόγραμμα που σχηματίζουν το μεγάλο, εξωτερικό παραλληλόγραμμο. Επομένως καλύπτει το $\frac{1}{12}$ της επιφάνειας του μεγάλου. Επομένως, το μικρό καλύπτει το $\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{12}=\frac{1}{9\cdot 12}=\frac{1}{108}$ της επιφάνειας του μεγάλου, επομένως το εμβαδό του θα είναι $\frac{1}{108}\cdot 54=\frac{1}{2}$ τετραγωνικές μονάδες.



β) Στο διπλανό σχήμα, η περίμετρος του τριγώνου ΑΖΕ είναι 19,2 εκατοστά, η περίμετρος του τριγώνου ΒΗΖ είναι 15,5 εκατοστά, η περίμετρος του τριγώνου ΓΘΗ είναι 16,1 εκατοστά, η περίμετρος του τριγώνου ΔΕΘ είναι 14 εκατοστά, ενώ η περίμετρος του τετραπλεύρου ΕΖΗΘ είναι 26,8 εκατοστά.
Βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

Λύση

Από τα δεδομένα έχουμε ότι
ΑΖ+ΖΕ+ΕΑ + ΖΒ+ΒΗ+ΗΖ + ΗΓ+ΓΘ+ΘΗ + ΘΔ+ΔΕ+ΕΘ = 19,2 + 15,5 + 16,1 + 14= 64,8. Άρα
ΑΖ+ΕΑ+ΖΒ+ΒΗ+ ΗΓ+ΓΘ+ΘΔ+ΔΕ + ΖΕ+ΗΖ+ΘΗ+ΕΘ = 64,8.
Άρα ΑΖ+ΖΒ + ΒΗ+ΗΓ + ΓΘ+ΘΔ + ΔΕ+ΕΑ + 26,8 = 64,8.
Άρα ΑΒ+ΒΓ+ΓΔ+ΔΑ = 64,8 – 26,8.
Άρα η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι 38 εκατοστά.

Θέμα 3ο

Κρασέμπορας γεμίζει μπουκάλια κρασιού από ένα βαρέλι. Διαπίστωσε ότι όταν βάλει το $\frac{1}{800}$ του βαρελιού, γεμίζει κατά τα $\frac{3}{5}$ ένα μπουκάλι.

α) Πόσα μπουκάλια μπορεί να γεμίσει με κρασί χρησιμοποιώντας όλο το βαρέλι;

β) Αγόρασε ένα βαρέλι κρασί προς 0,80 ευρώ το κιλό. Το κόστος συσκευασίας ανά μπουκάλι ήταν 2,50 ευρώ. Πουλώντας κάθε μπουκάλι προς 12 ευρώ έβγαλε συνολικό κέρδος 4.272 ευρώ. Βρείτε πόσο κρασί χωράει σε κάθε μπουκάλι.

Λύση

α) Το 1/800 γεμίζει τα ⅗ του μπουκαλιού, άρα τα 800/800 γεμίζουν 800 x ⅗ = 2400/5 = 480 μπουκάλια.

β) Πουλώντας και τα 480 μπουκάλια εισέπραξε: 480 x 12 = 5760 ευρώ.
Για τη συσκευασία τα έξοδά του ήταν 480 x 2,50 = 1.200 ευρώ.
Τα συνολικά έξοδά του όμως ήταν 5.760 - 4.272 = 1.488 ευρώ
άρα το κόστος για το κρασί ήταν 1.488 - 1.200 = 288 ευρώ.
Επομένως το βαρέλι γεμάτο χωράει 288 : 0,80 = 360 κιλά κρασί,
οπότε κάθε μπουκάλι χωράει 360:480 = 0,75 κιλά.

Θέμα 4ο

α) ***Παλινδρομικός αριθμός*** λέγεται ένας αριθμός που δεν αλλάζει, αν διαβαστεί από το τέλος προς την αρχή. Για παράδειγμα, τέτοιοι είναι οι 343 και 67276. Ποια είναι η διαφορά μεταξύ του μεγαλύτερου και του μικρότερου πενταψήφιου παλινδρομικού αριθμού, οι οποίοι είναι πολλαπλάσια του 45;

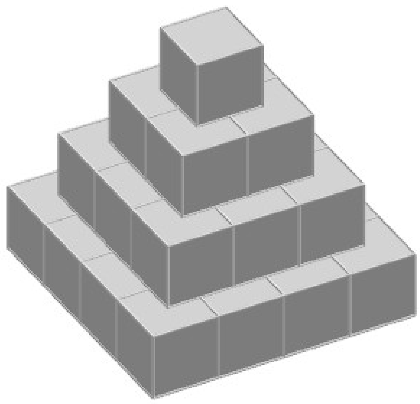
Λύση

Έστω αβγδε ο ζητούμενος αριθμός, στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Τότε θα είναι αβγβα. Είναι όμως 45=5*9, και 5 και 9 πρώτοι μεταξύ τους. Άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι πολλαπλάσιος και του 5 και του 9.

Θα είναι 5βγβ5 (πολ/σιος του 5).

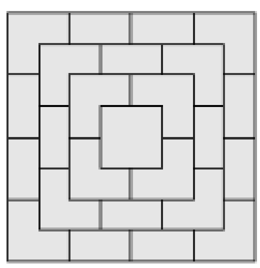
Ο μικρότερος παλινδρομικός πενταψήφιος και πολ/σιος του 5: 50γ05. Το άθροισμα των ψηφίων του: 10+γ. Για να είναι πολ/σιος του 9, αρκεί να είναι γ=8. Άρα 50805 είναι ο μικρότερος.

Ο μεγαλύτερος πολ/σιος του 5: 59γ95, με άθροισμα των ψηφίων του 28+γ. Για να είναι πολ/σιος του 9 αρκεί γ=8. Άρα ο μεγαλύτερος πενταψήφιος παλινδρομικός, που διαρείται με το 45 είναι ο 59895. Η διαφορά τους είναι 59895-50805 = 9090



β) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε μια πυραμίδα, φτιαγμένη με 30 κύβους, διαστάσεων 1μ. x 1μ. Θέλουμε να βάψουμε κόκκινη την επιφάνεια της πυραμίδας (συμπεριλαμβανομένης και της βάσης). Αν απαιτούνται 0,5 κιλά χρώμα για κάθε τετραγωνικό μέτρο, πόσα κιλά θα χρειαστούμε;

Λύση



Η πυραμίδα βλέποντας την από πάνω, φαίνεται όπως στο διπλανό σχήμα. Η βάση της αποτελείται από 4x4=16 τετράγωνα διαστάσεων 1μ.x 1μ. Άρα η επιφάνεια της βάσης είναι 16 $μ^2$. Η επιφάνεια της πυραμίδας που φαίνεται από πάνω, αποτελείται από ένα πλήρες τετράγωνο 1μ. x 1μ., κάποιες επιφάνειες μισού τετραγώνου, άλλες τριών τετάρτων του τετραγώνου. Χωρίς να τα προσθέσουμε όλα μαζί, βλέπουμε ότι έχουν μια επιφάνεια 16 $μ^2$.

Καθεμία από τις πλευρικές επιφάνειες αποτελούνται από 10 τετράγωνα εμβαδού 1 $μ^2$. το καθένα.

Συνεπώς, η ολική επιφάνεια της πυραμίδας θα είναι: 2 x 16 $μ^2$+4 x 10 $μ^2$ = 72 $μ^2$

Τελικά θα χρειαστούν 72 x 0,5 = 36 κιλά χρώμα.