

Ενδεικτικές λύσεις για τον 3<sup>ο</sup> τοπικό διαγωνισμό της Α' Γυμνασίου (2014-15)

Θέμα 1<sup>ο</sup>

A)  $A = (5^2 - 4^2) : 9 + (7,75 - 6) \cdot \frac{20}{5} = (25 - 16) : 9 + 1,75 \cdot 4 = 9 : 9 + 7 = 1 + 7 = 8$

$B = 20 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} : \frac{4}{3}\right) \cdot \left(1 \frac{1}{3} - 1\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} - 1\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{3} = 20 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{20}{4} = 5$

B) Η τιμή της παράστασης είναι:

$A^2 + B^2 + A + B + 1 = 8^2 + 5^2 + 8 + 5 + 1 = 64 + 25 + 14 = 103$

Θέμα 2<sup>ο</sup>

Η 1<sup>η</sup> μαϊμού έφαγε το  $\frac{1}{2}$  άρα περίσσεψαν το  $\frac{1}{2}$

Η 2<sup>η</sup> έφαγε το  $\frac{1}{3}$  του  $\frac{1}{2}$  άρα περίσσεψαν τα  $\frac{2}{3}$  του  $\frac{1}{2}$  ήτοι:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

Η 3<sup>η</sup> έφαγε το  $\frac{1}{4}$  του υπολοίπου άρα περίσσεψαν τα  $\frac{3}{4}$  του υπολοίπου:  $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

Τελος η 4<sup>η</sup> έφαγε το  $\frac{1}{5}$  του υπολοίπου άρα απόμεινε τα  $\frac{4}{5}$  του υπολοίπου:  $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$  του σωρού απόμεινε.

Αν αρχικά υπήρχαν 2015 φυστίκια τότε απόμειναν  $2015 \cdot \frac{1}{5} = 403$  φυστίκια.

Θέμα 3<sup>ο</sup>

A) Από το  $\frac{1}{5}$  ως το  $\frac{1}{2}$  του δοχείου το χουμε γεμίσει κατά

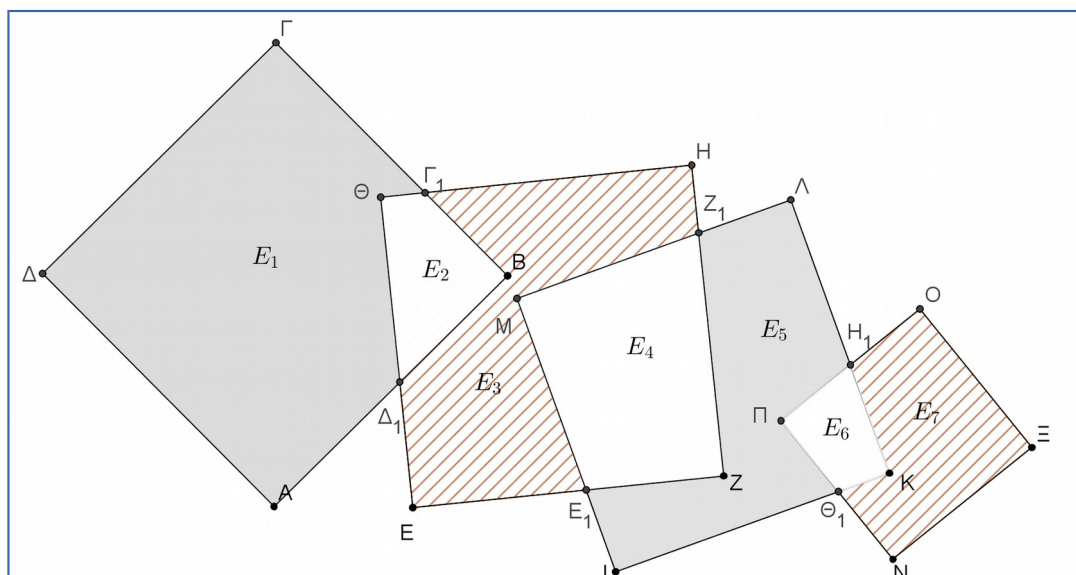
$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$  του δοχείου.

Άρα τα  $\frac{3}{10}$  αντιστοιχούν σε **6 λίτρα** (να διορθώσουμε το 5 σε 6 για να βγαίνει η άσκηση) οπότε το  $\frac{1}{10}$  αντιστοιχεί σε 2 λίτρα άρα τα  $\frac{10}{10}$  αντιστοιχούν σε 20 λίτρα. Το δοχείο δηλ. χωράει **20** λίτρα.

B) Το τελευταίο ψηφίο θα ναι το 0 για να ναι ο αριθμός διαιρετός και από το 5 και από το 2. Λείπει ένα ψηφίο το προτελευταίο. Το άθροισμα των ψηφίων είναι:  $6+9+8+3+1+6+2+3+0= 38$ . Το αμέσως επόμενο πολλαπλάσιο του 9 είναι το 45. Άρα το ψηφίο που μας λείπει είναι το 7 δηλαδή τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού είναι το **70**.

Θέμα 4<sup>ο</sup>

A)



Το τετράγωνο ΑΒΓΔ αποτελείται από το γκρι σχήμα ΓΔΑΔ<sub>1</sub>ΘΓ<sub>1</sub> και το άσπρο σχήμα. Ομοίως και για τα άλλα τετράγωνα.

Με παρένθεση συμβολίζουμε το εμβαδόν του σχήματος που περιέχεται σ' αυτή.

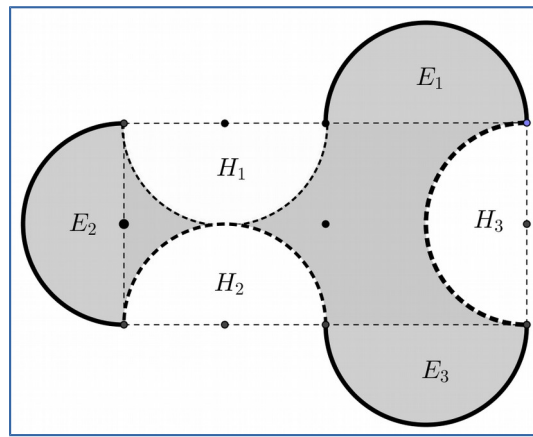
Θα είναι:

$$\begin{aligned} & (ΑΒΓΔ) + (ΜΙΚΛ) - (ΘΕΖΗ) - (ΟΠΝΞ) \\ & = E_1 + E_2 + E_4 + E_5 + E_6 - E_2 - E_3 - E_4 - E_6 - E_7 \\ & = E_1 + E_5 - E_3 - E_7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } E_1 + E_5 - E_3 - E_7 &= (ΑΒΓΔ) + (ΜΙΚΛ) - (ΘΕΖΗ) - (ΟΠΝΞ) = 11^2 + 7^2 - 9^2 - 5^2 \\ &= 121 + 49 - 81 - 25 = 64 \end{aligned}$$

Η ζητούμενη διαφορά είναι 64.

Β)



Όλα τα ημικύκλια είναι ίσα.

Το ημικύκλιο  $E_1$  το μεταφέρουμε στο  $H_1$ . Αντίστοιχα,

το ημικύκλιο  $E_2$  το μεταφέρουμε στο  $H_2$  και

το ημικύκλιο  $E_3$  το μεταφέρουμε στο  $H_3$ .

Για να βρούμε λοιπόν το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος, αρκεί να βρούμε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

Είναι  $(ΑΒΓΔ) = ΒΓ \cdot ΑΒ = 8 \cdot 4 = 32$  τετραγωνικές μονάδες.